

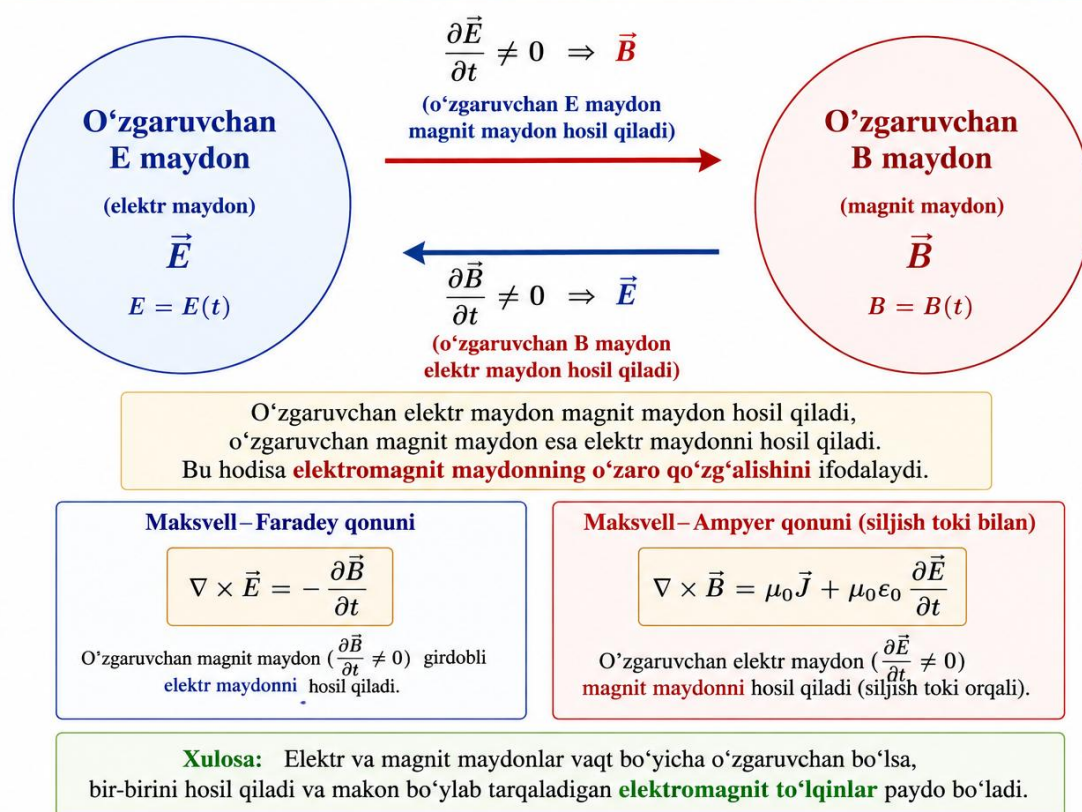
ELEKTROMAGNIT MAYDON. ELEKTR VA MAGNIT MAYDONLARNING O'ZARO BOG'LIQLIGI, MAKSVELL POSTULATLARI VA SILJISH TOKI

Elektromagnit maydon elektr zaryadlari va toklar bilan bog'liq yagona fizik maydon bo'lib, uning elektr E va magnit B komponentlari kuzatuv sistemasiga va vaqt bo'yicha o'zgarishga bog'liq holda o'zaro birlashgan holda namoyon bo'ladi. Elektrostatikada E , magnetostatikada B alohida ko'rinishda o'rganilishi mumkin, ammo vaqtga bog'liq jarayonlarda o'zgaruvchan magnit maydon uyurmaviy elektr maydonni, o'zgaruvchan elektr maydon esa magnit maydonni hosil qiladi. Maksvell tenglamalari ushbu o'zaro bog'liqlikning klassik elektrodinamikadagi to'liq matematik ifodasidir.

Darsning maqsadi

Elektr va magnit maydonlarning yagona elektromagnit maydon sifatidagi mazmunini tushuntirish; Maksvell tenglamalarining integral va differensial ko'rinishlarini fizik jihatdan sharhlash; Ampere qonuniga siljish toki hadining kiritilish sababini ko'rsatish; kondensator misolida siljish tokini hisoblash; elektromagnit to'lqin tenglamasi va $c=1/\sqrt{(\mu_0\epsilon_0)}$ natijasini keltirib chiqarish.

O'zgaruvchan elektr va magnit maydonlarning o'zaro bog'liqligi



1-rasm. Vaqt bo'yicha o'zgaruvchi elektr va magnit maydonlarning o'zaro hosil bo'lishi

Kattalik	Belgi	SI
Elektr maydon kuchlanganligi	E	V/m
Magnit induksiya	B	T
Elektr siljish	D	C/m ²

Magnit maydon kuchlanganligi	H	A/m
Elektr oqim	Φ_E	V·m
Magnit oqim	Φ_B	Wb
Siljish toki	I _d	A

1. Elektr va magnit maydonlarning o'zaro bog'liqligi

Tinch zaryad elektrostatik maydon hosil qiladi. Harakatlanuvchi zaryad esa elektr maydon bilan bir qatorda magnit maydon ham hosil qiladi. Bundan tashqari, Faradey induksiya qonuni magnit oqimning vaqt bo'yicha o'zgarishi berk kontur bo'ylab elektr maydon sirkulyatsiyasini yuzaga keltirishini ko'rsatadi:

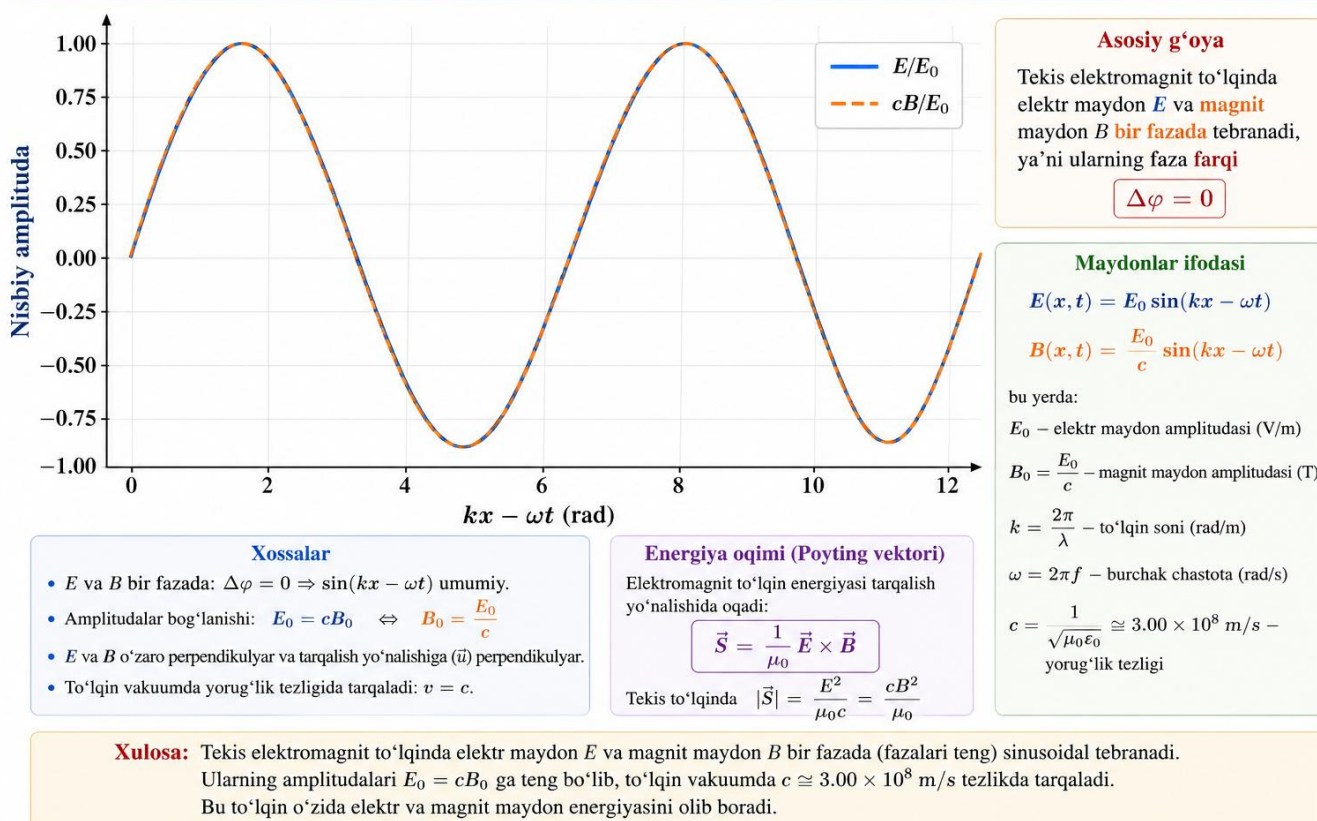
$$\oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = - \frac{d\Phi_B}{dt}$$

Bu elektr maydonning faqat zaryadlardan emas, balki o'zgaruvchan magnit maydondan ham kelib chiqishini bildiradi. Maksvell simmetriya va zaryad saqlanishi talabidan kelib chiqib, o'zgaruvchan elektr oqimi ham magnit maydon manbai bo'lishi kerakligini ko'rsatdi.

$$\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l} = \mu_0 \mathbf{I} + \mu_0 \epsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt}$$

Shunday qilib, vaqtga bog'liq elektromagnit jarayonda E va B komponentlar mustaqil emas. Bir komponentning vaqt bo'yicha o'zgarishi ikkinchi komponentning uyurmaviy strukturasini hosil qiladi.

Tekis elektromagnit to'liqida E va B bir fazada



2-rasm. Tekis elektromagnit to'liqida E va B komponentlarining fazaviy uyg'unligi

1-misol

Tekis elektromagnit to'liqida vakuum uchun $E_0 = cB_0$. Agar $E_0 = 300 \text{ V/m}$ bo'lsa, $B_0 = E_0/c \cong 300/(3.00 \times 10^8) = 1.0 \times 10^{-6} \text{ T} = 1.0 \mu\text{T}$.

2. Maksvell postulatları va tenglamalari

Maksvell nazariyasining klassik mazmuni to'rtta fundamental tenglama bilan ifodalanadi. Ular ko'pincha 'Maksvell postulatları' deb ham o'qitiladi, biroq zamonaviy terminologiyada Maksvell tenglamalari deyiladi.

Qonun	Integral ko'rinish	Fizik mazmun
Elektr maydon uchun Gauss	$\oint \mathbf{D} \cdot d\mathbf{S} = Q_{\text{erkin}}$	Erkin zaryad D oqimining manbai
Magnit maydon uchun Gauss	$\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} = 0$	Magnit monopollar kuzatilmagan; B chiziqlari berk
Faradey qonuni	$\oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = -d\Phi_B/dt$	O'zgaruvchan B uyurmaviy E hosil qiladi
Ampere-Maxwell	$\oint \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = I_{\text{erkin}} + d/dt \int \mathbf{D} \cdot d\mathbf{S}$	Tok va o'zgaruvchan D magnit maydon hosil qiladi

Vakuumda $\mathbf{D} = \epsilon_0 \mathbf{E}$ va $\mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{H}$. Differensial ko'rinishlar:

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = \rho / \epsilon_0$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\partial \mathbf{B} / \partial t$$

$$\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{J} + \mu_0 \epsilon_0 \partial \mathbf{E} / \partial t$$

Birinchi ikki tenglama maydonlarning manba-divergensiya xususiyatini, keyingi ikki tenglama esa uyurma va vaqt bo'yicha o'zaro bog'lanishni tavsiflaydi.

2-misol

Vakuumda yopiq sirt ichida $q = 2 \text{ nC}$ zaryad bo'lsa, Gauss qonuniga ko'ra $\oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{S} = q / \epsilon_0 \approx 226 \text{ N} \cdot \text{m}^2 / \text{C}$. Sirt shakli natijaga ta'sir qilmaydi.

3. Siljish toki tushunchasining zarurati

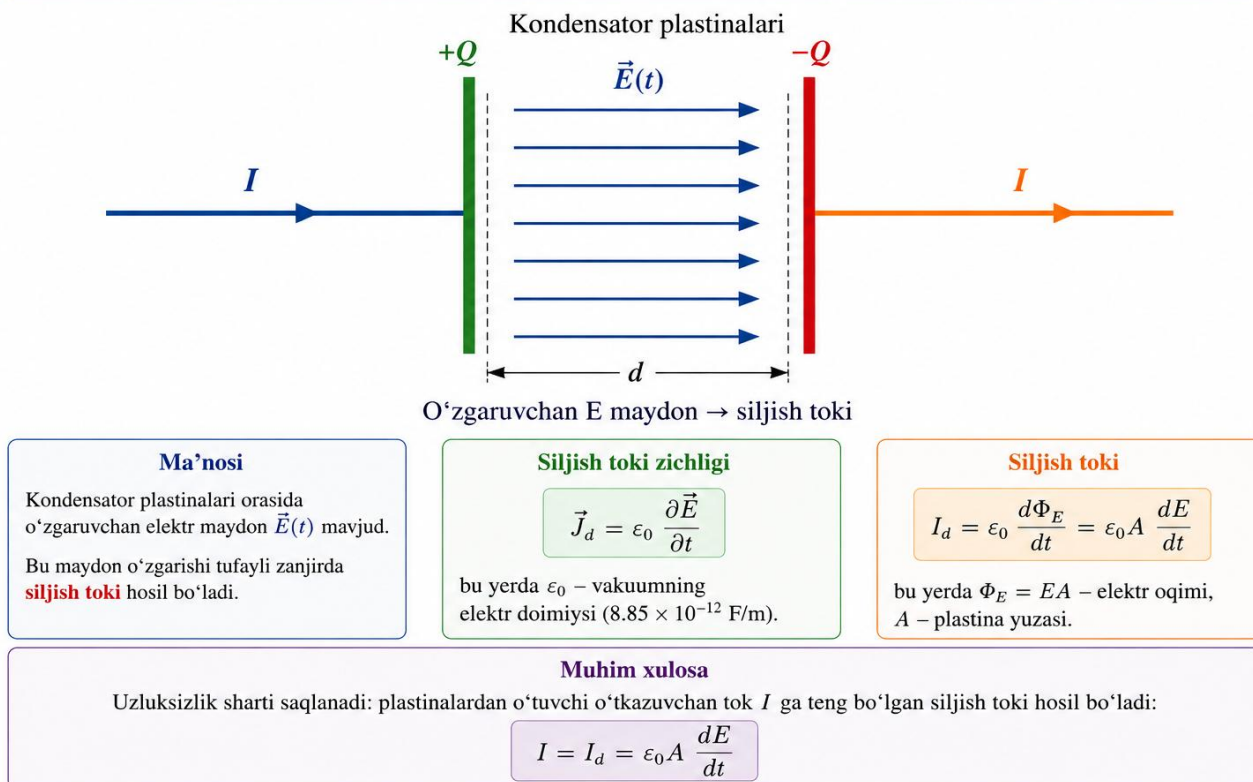
Kondensator zaryadlanayotgan zanjirni ko'raylik. Simda o'tkazuvchanlik toki I mavjud, ammo ideal dielektrik bilan ajratilgan plastinalar oralig'idan zaryad tashuvchilar o'tmaydi. Oddiy Ampere qonuni $\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l} = \mu_0 I$ ni bir xil konturga tayanadigan turli sirtlar uchun qo'llasak, biri simni kesib I tokni qamrab oladi, ikkinchisi esa plastinalar oralig'idan o'tib o'tkazuvchanlik tokini qamramaydi. Bu qarama-qarshilikni Maksvell o'zgaruvchan elektr maydonning magnit ta'sirini hisobga olish bilan bartaraf etdi.

$$I_d = \epsilon_0 d\Phi_E / dt \quad (\text{vakuumda})$$

Umumiy muhitda D vektori orqali:

$$I_d = d/dt \int \mathbf{D} \cdot d\mathbf{S}$$

Kondensator plastinalari orasidagi o'zgaruvchan E maydon va siljish toki



3-rasm. Zaryadlanayotgan kondensator oralig'ida siljish toki tushunchasi

Siljish toki odatdagi o'tkazuvchanlik toki kabi modda ichidan erkin zaryadlarning ko'chishi shartini talab qilmaydi. U vaqt bo'yicha o'zgarayotgan elektr maydonning magnit maydon hosil qilishdagi ekvivalent hissasini ifodalaydi.

4. Kondensatorda siljish tokini keltirib chiqarish

Yassi kondensator uchun, chekka effektlar e'tiborga olinmasa, plastinalar orasida $E=Q/(\epsilon_0 S)$. Elektr oqimi:

$$\Phi_E = ES = Q/\epsilon_0$$

Vaqt bo'yicha hosila olamiz:

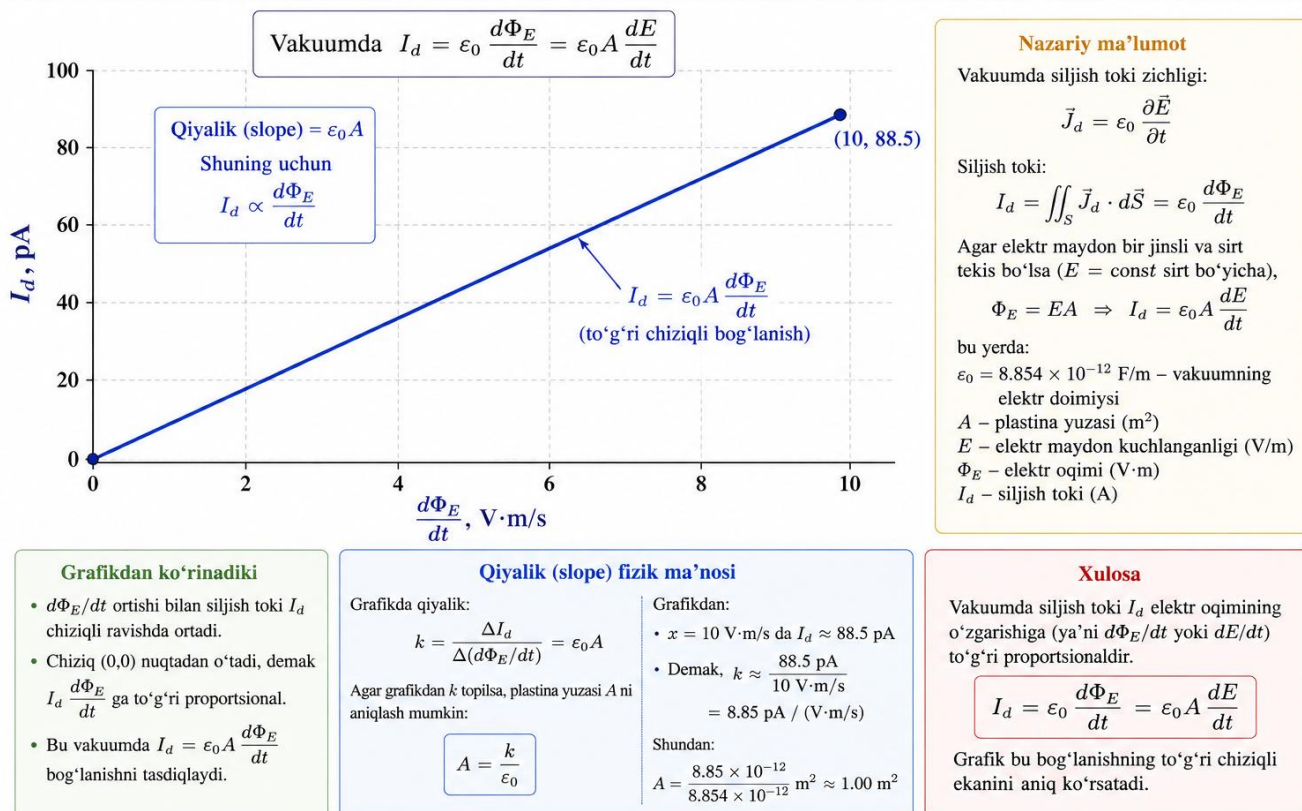
$$d\Phi_E/dt = (1/\epsilon_0)dQ/dt$$

$I=dQ/dt$ bo'lganligi uchun:

$$I_d = \epsilon_0 d\Phi_E/dt = dQ/dt = I$$

Demak, ideal zaryadlanayotgan kondensatorda siljish toki miqdor jihatdan simdagi o'tkazuvchanlik tokiga teng. Bu zaryad saqlanishi va magnit maydonning uzluksiz tavsifini ta'minlaydi.

Vakuumda siljish toki va dE/dt orasidagi bog'lanish



4-rasm. Vakuumda siljish tokining elektr oqimi o'zgarish tezligiga chiziqli bog'liqligi

3-misol

Elektr oqimi $d\Phi_E/dt = 5.0 \times 10^{10}$ V·m/s tezlik bilan o'zgarsa, $I_d = \epsilon_0 d\Phi_E/dt \approx 8.854 \times 10^{-12} \times 5.0 \times 10^{10} \approx 0.443$ A.

4-misol

$C = 20$ μF kondensator kuchlanishi $dU/dt = 500$ V/s tezlikda oshsa, $Q = CU$ dan $I_d = dQ/dt = C dU/dt = 20 \times 10^{-6} \times 500 = 0.010$ A = 10 mA.

5. Sinusoidal kuchlanishda siljish toki

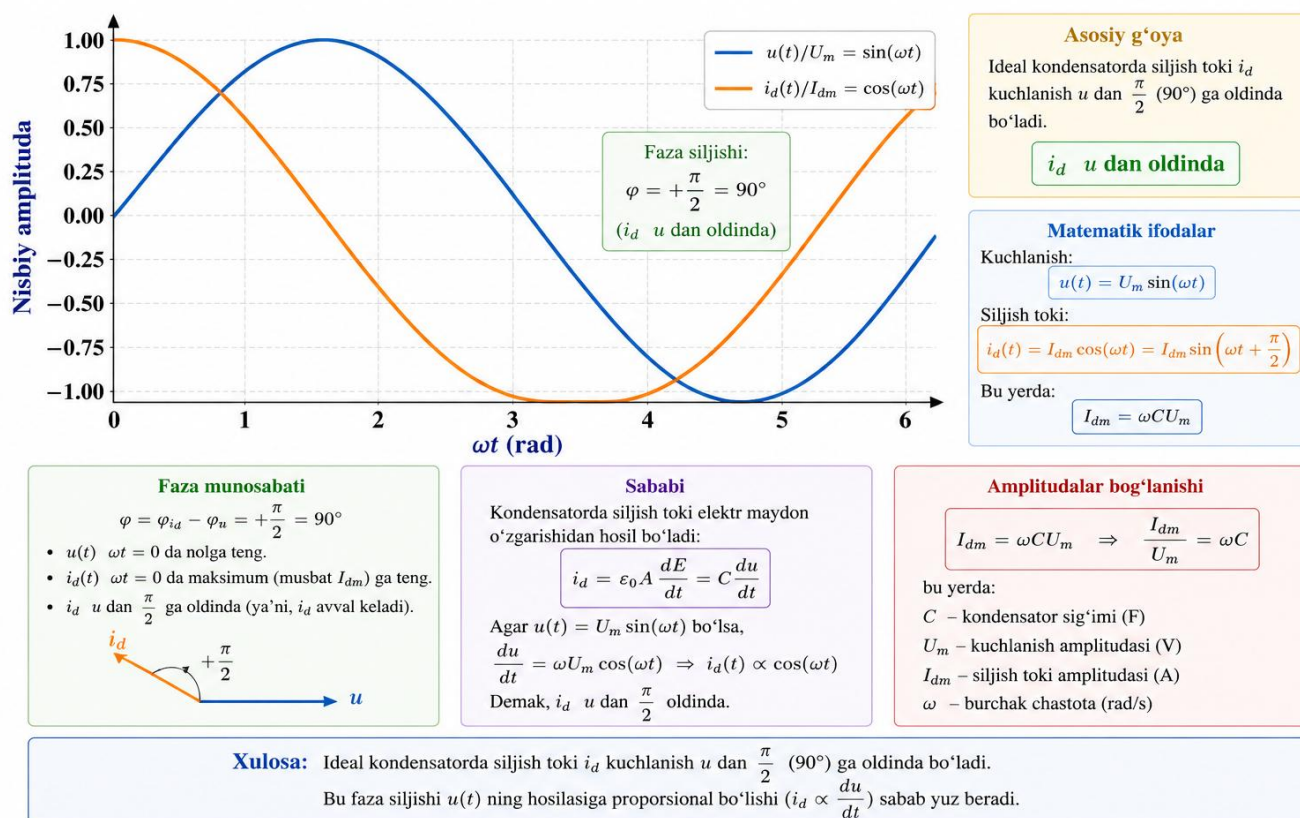
Kondensatorga $u(t) = U_m \sin \omega t$ kuchlanish berilsa, $q = Cu$ va tok:

$$i_d = C du/dt = \omega C U_m \cos \omega t$$

$$i_d = I_m \sin(\omega t + \pi/2)$$

Shuning uchun ideal kondensatorlarda tok kuchlanishdan 90° oldinda. Elektrodinamika nuqtai nazaridan bu tok plastinalar oralig'idagi vaqtga bog'liq elektr siljish bilan uzluksiz bog'langan.

Kondensatorda U va siljish toki orasidagi faza



5-rasm. Sinusoidal kuchlanish va siljish toki orasidagi 90° faza farqi

5-misol

$C=10 \mu\text{F}$, $U=100 \text{ V}$ (RMS), $f=50 \text{ Hz}$. $X_C=1/(2\pi fC)\approx 318.3 \Omega$. Tokning effektiv qiymati $I=U/X_C\approx 0.314 \text{ A}$. Shu qiymat ideal kondensator oralig'idagi siljish tokining RMS qiymatiga ham teng.

6-misol

Yassi kondensator $S=0.01 \text{ m}^2$, plastinalar oralig'idagi elektr maydon $dE/dt=2\times 10^{12} \text{ V}/(\text{m}\cdot\text{s})$ tezlikda o'zgarsa, $I_d=\varepsilon_0 S dE/dt\approx 8.854\times 10^{-12}\times 0.01\times 2\times 10^{12}\approx 0.177 \text{ A}$.

6. Ampere-Maxwell qonuni va zaryad saqlanishi

Ampere-Maxwell tenglamasining differensial ko'rinishi vakuumda:

$$\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{J} + \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}$$

Divergensiya olsak, matematik ayniyat $\nabla \cdot (\nabla \times \mathbf{B})=0$ dan:

$$0 = \mu_0 \nabla \cdot \mathbf{J} + \mu_0 \frac{\partial \rho}{\partial t}$$

Bu esa uzluksizlik tenglamasini beradi:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot \mathbf{J} = 0$$

Demak, Maksvellning siljish toki hadi faqat formal qo'shimcha emas; u elektromagnit nazariyani lokal zaryad saqlanish qonuni bilan moslashtiradi.

7-misol

Bir tugun atrofidagi kichik hajmda zaryad $3 \mu\text{C/s}$ tezlik bilan kamaymoqda, ya'ni $dQ/dt=-3 \mu\text{A}$ ekvivalent. Uzluksizlik qonuniga ko'ra hajm sirtidan tashqariga chiqayotgan o'tkazuvchanlik tokining netto qiymati $3 \mu\text{A}$ bo'lishi kerak.

Tok turi	Mexanizm	Muhit talabi	Magnit maydon manbai
O'tkazuvchanlik toki	Erkin zaryadlar yo'nalgan harakati	O'tkazuvchi muhit	Ha
Siljish toki	D yoki E ning vaqt bo'yicha o'zgarishi	Vakuumda ham mavjud	Ha
Umumiy Ampere-Maxwell manbai	$J + \partial D / \partial t$	Har qanday elektromagnit muhit	Ha

7. Maksvell tenglamalaridan elektromagnit to'lqin

Zaryad va o'tkazuvchanlik toki bo'lmagan vakuum sohada $\rho=0$ va $J=0$. Faradey hamda Ampere-Maxwell tenglamalari:

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\partial \mathbf{B} / \partial t$$

$$\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \epsilon_0 \partial \mathbf{E} / \partial t$$

Birinchi tenglamaning rotori olinib, vektor ayniyatlari va $\nabla \cdot \mathbf{E} = 0$ dan foydalanilsa:

$$\nabla^2 \mathbf{E} - \mu_0 \epsilon_0 \partial^2 \mathbf{E} / \partial t^2 = 0$$

Xuddi shunday B uchun:

$$\nabla^2 \mathbf{B} - \mu_0 \epsilon_0 \partial^2 \mathbf{B} / \partial t^2 = 0$$

Standart to'lqin tenglamasi bilan taqqoslash natijasida tarqalish tezligi:

$$c = 1 / \sqrt{(\mu_0 \epsilon_0)}$$

μ_0 va ϵ_0 ning tajribaviy qiymatlarini qo'yish $c \approx 2.998 \times 10^8$ m/s ni beradi. Bu qiymat yorug'lik tezligiga teng bo'lgani Maksvellga yorug'lik elektromagnit to'lqin ekanini nazariy jihatdan xulosa qilish imkonini bergan.

8-misol

$\mu_0 \approx 1.256637 \times 10^{-6}$ H/m va $\epsilon_0 \approx 8.854188 \times 10^{-12}$ F/m. $1 / \sqrt{(\mu_0 \epsilon_0)} \approx 2.998 \times 10^8$ m/s.

8. Elektromagnit maydonning energetik tavsifi

Elektromagnit maydon energiya tashiydi. Vakuumda elektr va magnit energiya zichliklari:

$$w_E = \epsilon_0 E^2 / 2$$

$$w_B = B^2 / (2\mu_0)$$

Tekis elektromagnit to'lqinda $E=cB$ bo'lgani sabab $w_E=w_B$ va umumiy zichlik $w=\epsilon_0 E^2=B^2/\mu_0$. Energiya oqimi Poynting vektori bilan ifodalanadi:

$$\mathbf{S} = \mathbf{E} \times \mathbf{H} = (1/\mu_0) \mathbf{E} \times \mathbf{B}$$

S yo'nalishi to'lqinning energiya tarqalish yo'nalishini beradi; E, B va S o'zaro perpendikulyar.

Darsni tashkil etish metodikasi

Darsni zaryadlanayotgan kondensator paradoksi bilan boshlash maqsadga muvofiq: simda tok bor, plastinalar oralig'ida o'tkazuvchi tok yo'q, ammo magnit maydon uzilmaydi. Talabalar Ampere konturiga tayanadigan ikki xil sirtni tasavvur qilib, oddiy Ampere qonunining yetishmasligini aniqlaydilar. Shundan keyin siljish toki kiritilib, $I_d=I$ natijasi chiqariladi.

Keyingi bosqichda Faradey qonuni va Ampere-Maxwell qonuni yonma-yon qo'yilib, o'zgaruvchan B ning E ni, o'zgaruvchan E ning B ni hosil qilishi taqqoslanadi. Yakunda vakuum uchun to'lqin tenglamasi keltirib chiqarilib, elektromagnit maydonning mustaqil ravishda fazoda tarqalishi tushuntiriladi.

9. Asosiy formulalar, mustaqil topshiriqlar va xulosa

Formula	Mazmuni
$\oint \mathbf{D} \cdot d\mathbf{S} = Q_{\text{erkin}}$	Elektr Gauss qonuni
$\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} = 0$	Magnit Gauss qonuni
$\oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = -d\Phi_B/dt$	Faradey induksiya qonuni
$\oint \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = I + d/dt \int \mathbf{D} \cdot d\mathbf{S}$	Ampere-Maxwell qonuni
$I_d = \epsilon_0 d\Phi_E/dt$	Vakuumdagi siljish toki
$I_d = C dU/dt$	Kondensator uchun
$\partial \rho / \partial t + \nabla \cdot \mathbf{J} = 0$	Zaryad saqlanishi
$c = 1/\sqrt{(\mu_0 \epsilon_0)}$	EM to'lqin tezligi
$\mathbf{S} = \mathbf{E} \times \mathbf{H}$	Poynting vektori

Mustaqil topshiriqlar

1. $d\Phi_E/dt = 2.5 \times 10^9 \text{ V} \cdot \text{m/s}$ bo'lsa, vakuumdagi siljish tokini hisoblang.
2. $C = 50 \text{ } \mu\text{F}$ kondensator kuchlanishi 0.02 s da 0 dan 100 V gacha chiziqli oshsa, o'rtacha I_d ni toping.
3. $S = 20 \text{ cm}^2$ yassi kondensatorda $dE/dt = 5 \times 10^{11} \text{ V/(m} \cdot \text{s)}$. Siljish tokini aniqlang.
4. $E_0 = 600 \text{ V/m}$ bo'lgan vakuum elektromagnit to'lqinning B_0 amplitudasini toping.
5. Maksvell tenglamalaridan qaysilari magnit monopollar yo'qligini va elektromagnit induksiyaning ifodalaydi? Fizik izoh bering.
6. O'tkazuvchanlik toki bilan siljish tokini mexanizm, muhit va magnit ta'sir bo'yicha taqqoslang.

Yakuniy xulosa

Elektromagnit maydon elektr va magnit hodisalarning yagona fizik asosini tashkil etadi. Vaqt bo'yicha o'zgaruvchan magnit maydon Faradey qonuniga muvofiq uyurmaviy elektr maydon hosil qiladi; o'zgaruvchan elektr maydon esa Maksvell kiritgan siljish toki orqali magnit maydon manbai sifatida qatnashadi. Siljish toki kondensator zanjiridagi Ampere qonuni qarama-qarshiligini bartaraf etadi va zaryad saqlanish qonuni bilan moslikni ta'minlaydi. Maksvell tenglamalari vakuumba o'zaro bog'langan E va B maydonlar uchun to'lqin tenglamasiga olib keladi va tarqalish tezligi $c = 1/\sqrt{(\mu_0 \epsilon_0)}$ yorug'lik tezligiga teng. Shu sababli yorug'lik, radio to'lqinlar va boshqa elektromagnit nurlanishlar yagona elektromagnit maydonning tarqaluvchi holatlaridir.

Tavsiya etiladigan adabiyotlar

1. Griffiths D. J. Introduction to Electrodynamics. Cambridge University Press.
2. Halliday D., Resnick R., Walker J. Fundamentals of Physics. Wiley.
3. Young H. D., Freedman R. A. University Physics with Modern Physics. Pearson.
4. Purcell E. M., Morin D. Electricity and Magnetism. Cambridge University Press.