

ELEKTR O'TKAZUVCHANLIKNING KLASSIK ELEKTRON NAZARIYASI. OM, JOUL-LENS VA VIDEMAN-FRANS QONUNLARINING TUSHUNTIRILISHI

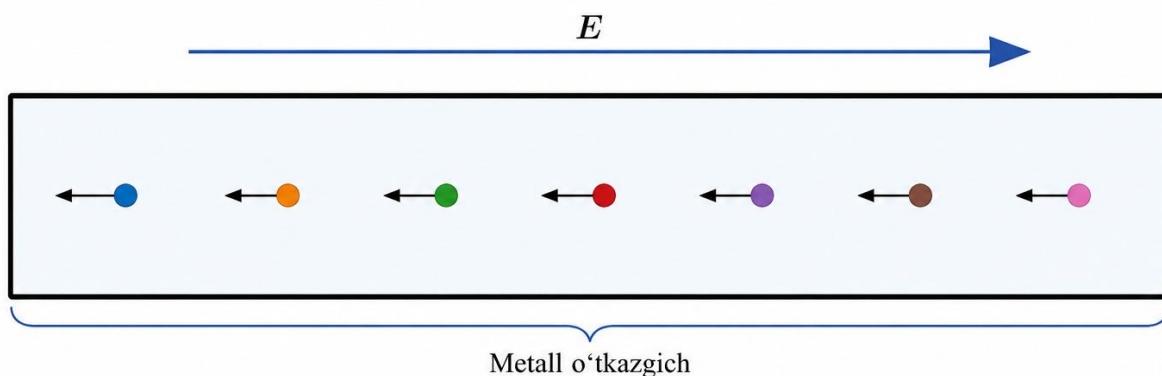
Metallarning klassik elektron o'tkazuvchanlik nazariyasi XIX asr oxiri va XX asr boshlarida P. Drude hamda H. Lorens tomonidan rivojlantirilgan bo'lib, metall ichidagi o'tkazuvchanlik elektronlarini kristall panjaraning musbat ionlari orasida harakatlanuvchi klassik zarrachalar gazi sifatida tasvirlaydi. Model elektronlarning tashqi elektr maydonda tezlanishi, ionlar va nuqsonlar bilan to'qnashishi hamda relaksatsiya jarayonlari asosida elektr qarshilikning kelib chiqishini tushuntiradi. Klassik nazariya Om va Joul-Lens qonunlarining mikroskopik mazmunini muvaffaqiyatli ochib beradi hamda elektr va issiqlik o'tkazuvchanlik orasidagi Videman-Frans bog'lanishining fizik sababini ko'rsatadi.

Darsning maqsadi

Talabalarga Drude-Lorens modelining asosiy farazlari, erkin elektronlarning drift harakati, relaksatsiya vaqti, elektr o'tkazuvchanlik va solishtirma qarshilikning mikroskopik ifodalarini tushuntirish; Om, Joul-Lens va Videman-Frans qonunlarini klassik elektron nazariya asosida bosqichma-bosqich keltirib chiqarish; modelning yutuqlari va chegaralarini zamonaviy kvant tasavvurlari bilan qiyoslash.

DRUDE-LORENS KLASSIK ELEKTRON MODELI

Tashqi elektr maydon E ta'sirida erkin elektronlarning tartibli harakati



Izoh: Elektr maydon yoʻnalishi oʻngga (E), erkin elektronlarning tartibli (drift) harakati esa unga qarama-qarshi yoʻnalishda – chapga yuz beradi.

$$v_d = -\mu E$$

v_d – drift tezlik,

μ – elektronlarning harakatchanligi

1-rasm. Klassik elektron modelida tashqi elektr maydon va elektronlarning drift harakati

1. Drude-Lorens klassik elektron nazariyasining asosiy farazlari

Klassik modelda metall kristall panjarasi muvozanat holatlari atrofida tebranayotgan musbat ionlardan, o'tkazuvchanlik elektronlari esa nisbatan erkin harakatlanuvchi zarrachalardan iborat deb qaraladi. Elektronlar to'qnashuvlar oralig'ida Nyuton mexanikasi qonunlariga bo'ysunadi. To'qnashuvlar tasodifiy bo'lib, ular elektronning yo'nalgan impulsini relaksatsiyalaydi.

Faraz	Fizik mazmun
Erkin elektronlar	Valent elektronlarning bir qismi butun metall bo'ylab harakatlana oladi
Klassik statistika	Elektronlar klassik zarrachalar sifatida qaraladi
Tasodifiy to'qnashuv	Elektronlar ionlar, nuqsonlar va boshqa sochilish markazlari bilan to'qnashadi
Relaksatsiya vaqti tau	Yo'nalgan impulsning saqlanish xarakterli vaqti
Tashqi maydon	Elektronga $F = -eE$ kuch ta'sir qiladi

$$F = -eE$$

Elektr maydon bo'lmaganda elektronlarning issiqlik harakati tartibsiz va vektor tezliklarning o'rtacha qiymati nol. Maydon qo'yilganda elektronlar E ga qarama-qarshi yo'nalishda kichik o'rtacha drift tezligiga ega bo'ladi.

$$a = -eE/m$$

Agar oxirgi to'qnashuvdan keyingi o'rtacha vaqt tau bo'lsa, drift tezligining moduli:

$$v_d = e E \tau / m$$

1-misol

$E = 0.01$ V/m va $\tau = 2.5 \times 10^{-14}$ s bo'lsa, elektron drift tezligi $v_d = eE\tau/m_e$ taxminan 4.4×10^{-5} m/s. Bu elektronlarning mikroskopik tartibsiz tezligiga nisbatan juda kichik.

2. Om qonunining klassik elektron nazariya asosida tushuntirilishi

Birlik hajmdagi o'tkazuvchanlik elektronlari soni n bo'lsin. Elektronlarning yo'nalgan drift harakati tok zichligini hosil qiladi. Elektron zaryadining manfiyligi sababli elektron drift yo'nalishi va shartli tok yo'nalishi qarama-qarshi, ammo tok zichligi E bilan bir yo'nalishda:

$$j = n e v_d$$

$v_d = eE\tau/m$ ni qo'ysak:

$$j = (n e^2 \tau / m) E$$

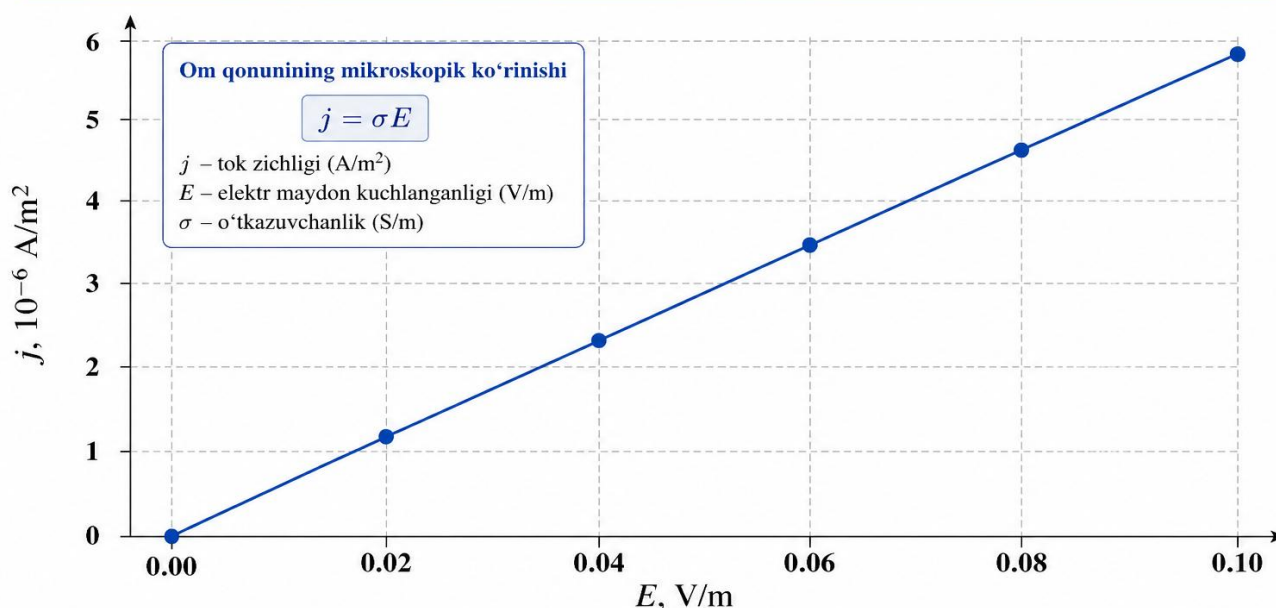
Demak, j va E orasidagi proporsionallik koeffitsienti elektr o'tkazuvchanlikdir:

$$\sigma = n e^2 \tau / m$$

$$j = \sigma E$$

Om qonunining mikroskopik ko'rinishi: $j = \sigma E$

Om qonunining mikroskopik ko'rinishida tok zichligi elektr maydon kuchlanganligiga to'g'ri proportsional.



Izoh: Grafikdan ko'rinib turibdiki, j ning E ga bog'liqligi chiziqli bo'lib, to'g'ri chiziqli koordinata boshidan o'tadi. Bu $j \sim E$ (ya'ni $j = \sigma E$) ekanligini tasdiqlaydi.

2-rasm. Klassik modelda tok zichligining elektr maydon kuchlanganligiga chiziqli bog'lanishi

Bu Om qonunining differensial ko'rinishidir. Bir jinsli sim uchun $j=I/S$ va $E=U/l$. Shunda $I/S=\sigma U/l$, ya'ni:

$$I = U/R, \quad R = \rho l/S, \quad \rho = 1/\sigma$$

2-misol

$n=8.5 \times 10^{28} \text{ m}^{-3}$ va $\tau=2.5 \times 10^{-14} \text{ s}$ deb olsak, $\sigma=ne^2\tau/m_e$ taxminan $6.0 \times 10^7 \text{ S/m}$ chiqadi; bu yaxshi o'tkazuvchi metallarning o'tkazuvchanlik tartibiga mos.

3. Qarshilikning mikroskopik tabiati

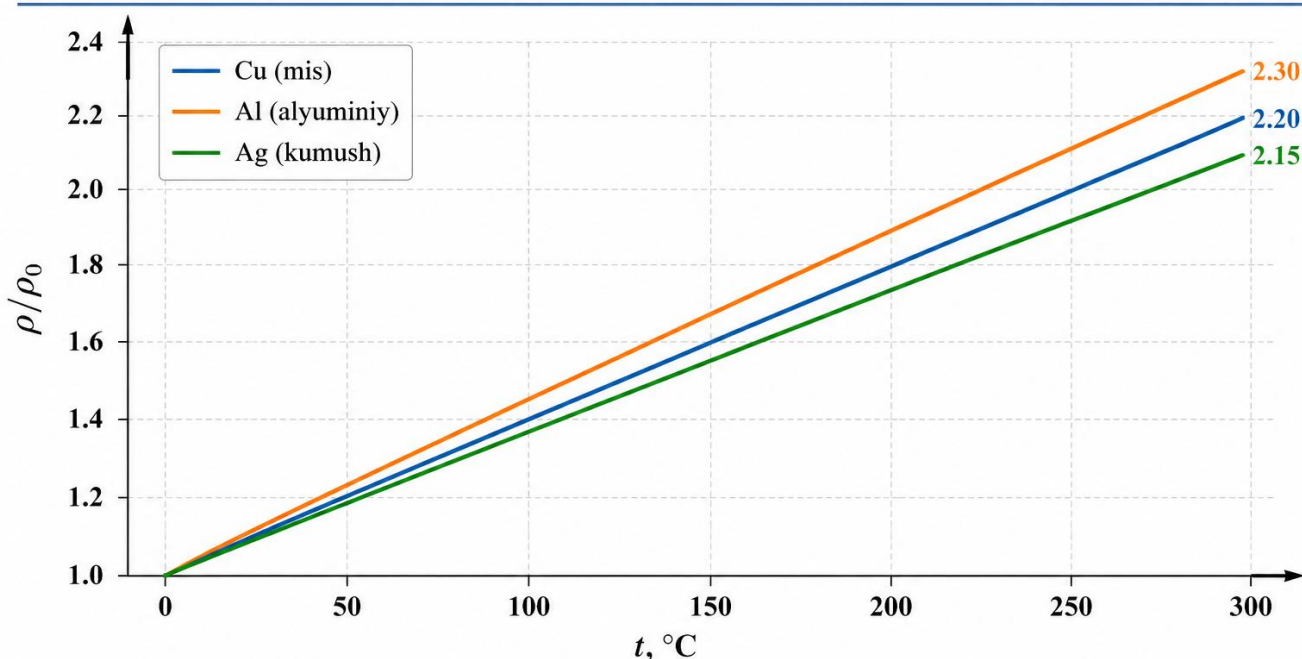
Klassik nazariyada qarshilik elektronlarning kristall panjara bilan sochilishi natijasida yuzaga keladi. Elektr maydon elektronlarga yo'nalgan impuls beradi, to'qnashuvlar esa bu impulsning bir qismini panjaraga uzatadi. Shu sababli doimiy maydonda elektron cheksiz tezlanmaydi, balki barqaror o'rtacha drift tezligi shakllanadi.

$$\rho = m/(n e^2 \tau)$$

Formuladan τ kamayganda solishtirma qarshilik ortishi ko'rinadi. Metall temperaturasi oshganda panjara tebranishlari kuchayib, elektronlarning sochilish ehtimoli ortadi va relaksatsiya vaqti kamayadi. Ma'lum temperatura oralig'ida metall qarshiligi taxminan chiziqli:

$$\rho(t) = \rho_0 [1 + \alpha (t-t_0)]$$

Metall qarshiligining temperaturaga taxminiy bog'liqligi



ρ – temperatura t da metallning solishtirma qarshiligi,

ρ_0 – 0 °C dagi solishtirma qarshilik.

Izoh: Har uchala metall uchun ham ρ temperatura oshishi bilan deyarli chiziqli ortadi: $\rho = \rho_0(1 + \alpha t)$.

3-rasm. Oddiy metallarda solishtirma qarshilikning temperatura bilan ortishi

3-misol

20 deg C da mis sim qarshiligi 5 ohm va $\alpha=0.0039 \text{ K}^{-1}$ bo'lsa, 120 deg C da $R=5[1+0.0039 \times 100]=6.95 \text{ ohm}$.

Klassik model temperatura ta'sirining umumiy yo'nalishini to'g'ri tushuntiradi, ammo juda past temperaturadagi qoldiq qarshilik va aniq temperatura qonunlarini to'liq tavsiflash uchun kvant nazariyasi zarur.

4. Joule-Lens qonunining klassik elektron nazariya asosida tushuntirilishi

Elektr maydon elektronlarni tezlantirib, ularga energiya beradi. Elektronlar panjara ionlari bilan to'qnashganda bu energiyaning bir qismini kristall panjaraga uzatadi. Panjaraning tartibsiz tebranish energiyasi ortadi, ya'ni metall qiziydi. Shu tarzda elektr energiya ichki energiyaga aylanadi.

Birlik hajmda vaqt birligida elektr maydonning tokka beradigan quvvati:

$$p = j E$$

Om qonuni $j = \sigma E$ ni qo'llasak:

$$p = \sigma E^2$$

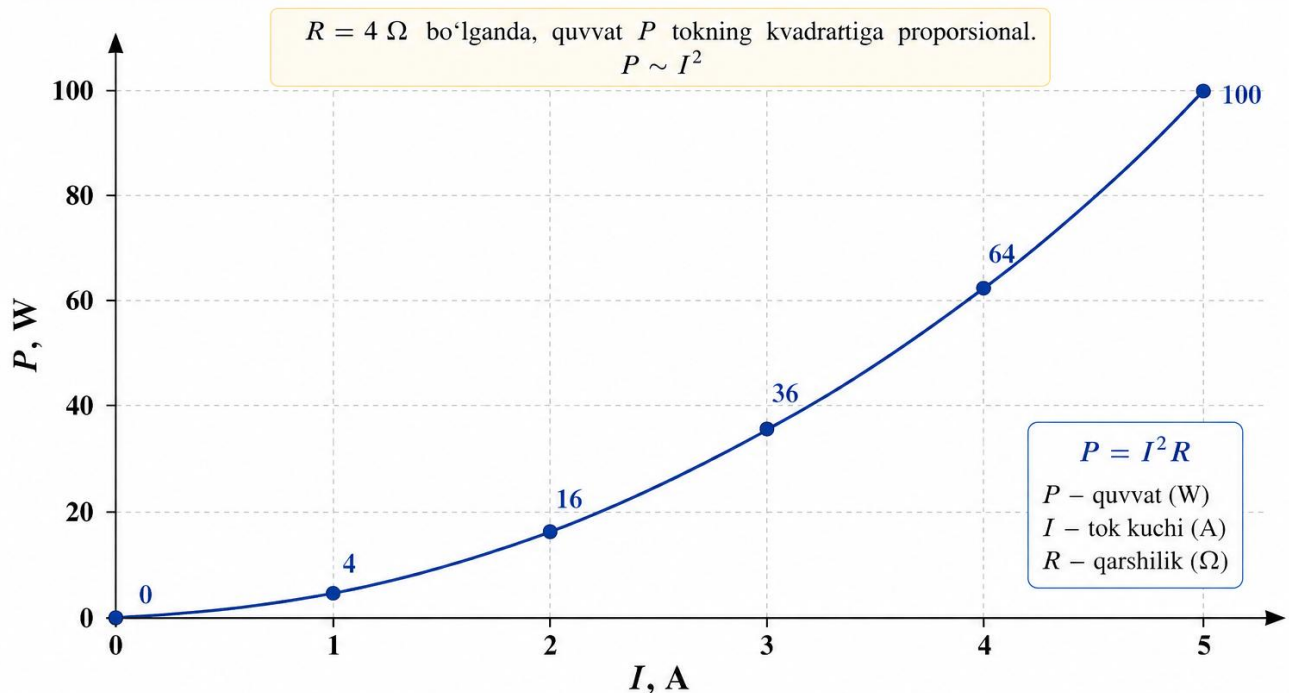
Yoki $E = \rho j$ bo'lgani uchun:

$$p = \rho j^2$$

Hajmi $V = Sl$ bo'lgan bir jinsli o'tkazgich uchun $P = pV$. $j = I/S$ va $R = \rho l/S$ dan:

$$P = I^2 R = UI = U^2/R$$

Joul–Lens qonuni: $P = I^2 R$ ($R = 4 \Omega$)



Izoh: Grafik parabolik ko'rinishga ega bo'lib, tok kuchi ortishi bilan quvvat I^2 qonuniga muvofiq ortadi.

4-rasm. R o'zgarmas bo'lganda issiqlik quvvatining tokka kvadratik bog'lanishi
 t vaqt ichida ajraladigan issiqlik miqdori:

$$Q = I^2 R t$$

4-misol

$R=6$ ohm rezistordan $I=2$ A tok 3 minut o'tsa, $Q=I^2 R t=4 \times 6 \times 180=4320$ J. Klassik modelda bu energiya elektronlarning maydondan olgan energiyasining panjaraga to'qnashuvlar orqali uzatilishidir.

5. Joul-Lens qonunining mikroskopik energiya balansi

Elektronning maydon ta'siridagi yo'nalgan kinetik energiyasi to'qnashuvlar orasida ortadi. Statsionar rejimda maydondan elektron tizimiga kelayotgan o'rtacha energiya oqimi panjaraga uzatilayotgan energiya oqimiga teng. Shu muvozanat metall temperaturasi o'zgarmas bo'lishi uchun tashqi muhitga issiqlik chiqishi bilan birga kechadi.

$$dW/dt = jE$$

Agar metall elementi dV hajmga ega bo'lsa, unda dt vaqt ichida hosil bo'lgan Joule issiqligi:

$$dQ = jE dV dt$$

Bir jinsli o'tkazgich uchun integrallash natijasida $Q=UIt=I^2 R t$ olinadi. Demak, makroskopik Joul-Lens qonuni elektronlarning mikroskopik tezlanishi va relaksatsiyasi bilan izohlanadi.

Daraja	Jarayon	Ifoda
--------	---------	-------

Mikroskopik	Maydon elektronlarga energiya beradi	$F = -eE$
Transport	Elektronlar yo'nalgan drift hosil qiladi	$j = \sigma E$
Relaksatsiya	Energiya panjaraga uzatiladi	$p = jE$
Makroskopik	O'tkazgichda issiqlik ajraladi	$Q = I^2 R t$

5-misol

$j = 2 \times 10^6 \text{ A/m}^2$ va $\rho = 1.7 \times 10^{-8} \text{ ohm m}$ bo'lgan misda hajmiy issiqlik quvvati $p = \rho j^2 = 6.8 \times 10^4 \text{ W/m}^3$. 1 cm^3 hajm uchun bu taxminan 0.068 W ga teng.

Tok zichligi ortganda issiqlik ajralishi j ning kvadratiga proporsional ortishi elektr simlarining qizishi va tok bo'yicha ruxsat etilgan yuklamalarni belgilashda muhim.

6. Metallarning issiqlik o'tkazuvchanligi va elektronlar

Metallarda elektr tokini tashuvchi elektronlar issiqlik energiyasini ham bir hududdan ikkinchisiga olib o'tadi. Temperatura gradienti mavjud bo'lsa, issiq sohadagi elektronlar o'rtacha ko'proq energiyaga ega bo'lib, sovuq tomonga energiya tashiydi. Natijada elektron issiqlik o'tkazuvchanligi yuzaga keladi.

$$q_h = -\kappa \text{ grad } T$$

Bu yerda κ - issiqlik o'tkazuvchanlik koeffitsienti. Klassik kinetik nazariya bo'yicha gaz uchun issiqlik o'tkazuvchanlik koeffitsienti o'rtacha issiqlik sig'imi, tezlik va erkin yugurish uzunligiga bog'liq:

$$\kappa \sim (1/3) C_v v l$$

Elektr o'tkazuvchanlik ham xuddi shu tashuvchilar konsentratsiyasi va to'qnashuv xarakteristikalariga bog'liq. Shuning uchun metallarda κ va σ orasida qonuniy bog'lanish mavjud.

Xususiyat	Elektr transport	Issiqlik transport
Tashuvchi	Elektron	Asosan elektron + panjara
Harakatlantiruvchi omil	Elektr maydon E	Temperatura gradienti
Oqim	Tok zichligi j	Issiqlik oqimi q_h
Koeffitsient	σ	κ

6-misol

Misning yuqori elektr o'tkazuvchanligi uning issiqlikni ham yaxshi o'tkazishiga sabab bo'luvchi omillardan biridir. Shu sababli mis elektr simlarida ham, issiqlik almashtirgichlarda ham keng qo'llanadi.

7. Videman-Frans qonuni

Videman-Frans qonuni metallarning issiqlik o'tkazuvchanligi kappa bilan elektr o'tkazuvchanligi sigma orasidagi nisbat absolyut temperaturaga proporsional ekanini ifodalaydi:

$$\kappa/(\sigma T) = L$$

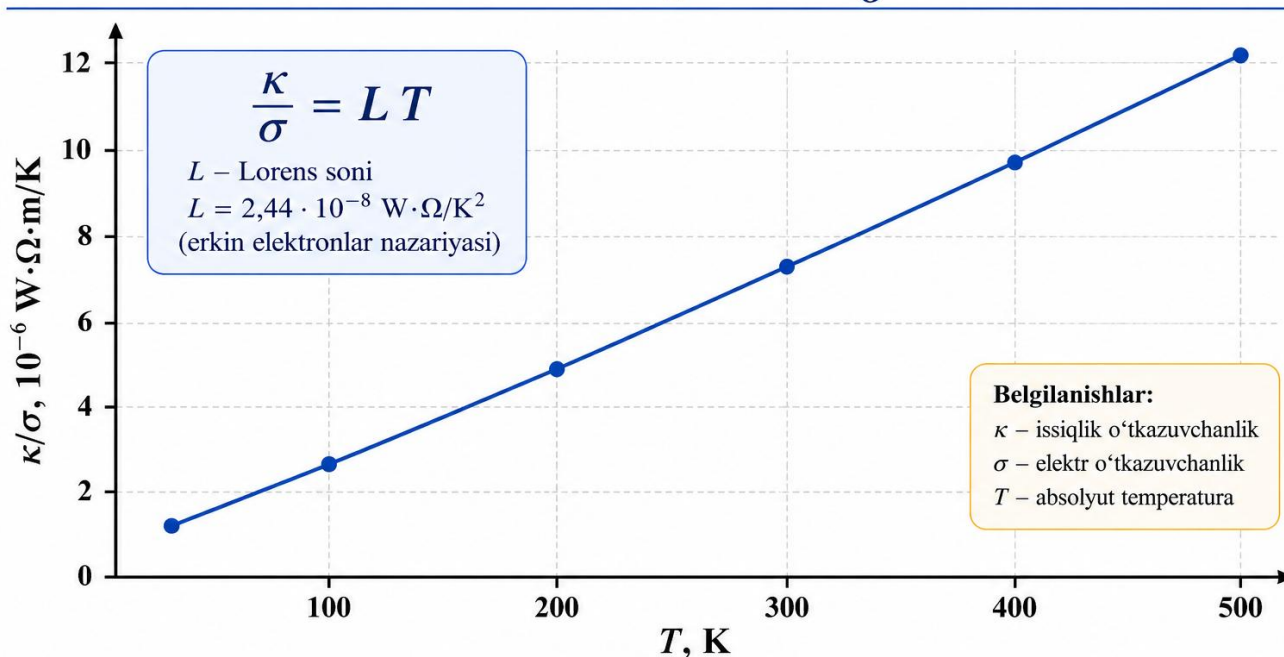
Yoki:

$$\kappa/\sigma = L T$$

L - Lorens soni. Zamonaviy Sommerfeld kvant nazariyasida yaxshi metallarning ko'pchiligi uchun:

$$L_0 = (\pi^2/3)(k_B/e)^2 \approx 2.44 \times 10^{-8} \text{ W ohm K}^{-2}$$

$$\text{Videman-Frans qonuni: } \frac{\kappa}{\sigma} = LT$$



Xulosa: Metallarda $\frac{\kappa}{\sigma}$ nisbat temperatura T ga to'g'ri proporsional bo'lib, bu elektr va issiqlik tashuvchilarining yagona tabiatga ega ekanligini ko'rsatadi.

5-rasm. Lorens soni doimiy deb olinganda kappa/sigma nisbatining temperaturaga bog'liqligi

Klassik Drude modeli elektr va issiqlik o'tkazuvchanlikni bir xil elektron tashuvchilar bilan bog'lab, Videman-Frans qonunining sifat jihatdan sababini to'g'ri ko'rsatadi. Biroq klassik model Lorens sonining aniq qiymatini to'g'ri bermaydi. Eksperimental qiymatning aniq tushuntirilishi Fermi-Dirak statistikasiga asoslangan Sommerfeld kvant elektron nazariyasi bilan olinadi.

7-misol

$T=300 \text{ K}$ va $\sigma=5.8 \times 10^7 \text{ S/m}$ bo'lgan mis uchun $\kappa=L_0 \sigma T \approx 2.44 \times 10^{-8} \times 5.8 \times 10^7 \times 300 \approx 425 \text{ W/(m K)}$. Bu misning xona temperaturasidagi issiqlik o'tkazuvchanligi tartibiga yaqin.

8. Uch qonunning yagona klassik elektron talqini

Qonun	Makroskopik ifoda	Klassik elektron talqini
Om	$j = \sigma E$	Maydon elektronlarda drift hosil qiladi; to'qnashuvlar barqaror v_d ni belgilaydi
Joul-Lens	$p = jE, Q = I^2 R t$	Elektronlar maydondan olgan energiyani panjaraga uzatadi
Videman-Frans	$\kappa / (\sigma T) = L$	Elektr va issiqlik energiyasini bir xil elektronlar tashiydi

Uch qonunning umumiy markazida elektronlarning erkin harakati va to'qnashuvlari turadi. Om qonunida to'qnashuvlar elektr tokini cheklaydi; Joul-Lens qonunida aynan shu to'qnashuvlar elektr energiyani panjaraning ichki energiyasiga aylantiradi; Videman-Frans qonunida elektronlarning energiya tashishi elektr va issiqlik transportini o'zaro bog'laydi.

8-misol: kompleks hisob

Metall uchun $n = 8.5 \times 10^{28} \text{ m}^{-3}$, $\tau = 2.5 \times 10^{-14} \text{ s}$ deb olaylik. Drude formulasi $\sigma \approx 6.0 \times 10^7 \text{ S/m}$ beradi. $E = 0.02 \text{ V/m}$ bo'lsa $j \approx 1.2 \times 10^6 \text{ A/m}^2$. Hajmiy Joule quvvati $p = jE \approx 2.4 \times 10^4 \text{ W/m}^3$. $T = 300 \text{ K}$ da Videman-Frans qonunidan $\kappa \approx L_0 \sigma T \approx 439 \text{ W/(m K)}$. Shu bitta elektron transport modeli elektr toki, issiqlik ajralishi va issiqlik o'tkazuvchanligini o'zaro bog'laydi.

Darsda tushuntirish ketma-ketligi

Avval erkin elektron va relaksatsiya tushunchalari kiritiladi; keyin v_d orqali $j = \sigma E$ keltirib chiqariladi. So'ng $p = jE$ energiya balansi orqali Joul-Lens qonuniga o'tiladi. Yakunda elektronlar issiqlik ham tashishi ko'rsatilib, Videman-Frans qonuni beriladi va klassik nazariyaning miqdoriy chegaralari muhokama qilinadi.

9. Klassik nazariyaning yutuqlari, chegaralari va mustahkamlash

Jihat	Klassik nazariya natijasi
Om qonuni	Mikroskopik asosni muvaffaqiyatli beradi
Joul-Lens qonuni	Energiya relaksatsiyasi orqali yaxshi tushuntiradi
Videman-Frans	Sifat jihatdan to'g'ri, Lorens soni miqdorida muammo
Elektron issiqlik sig'imi	Klassik model tajribadan ancha katta qiymat bashorat qiladi
Past temperatura	Kvant va panjara sochilishlarini to'liq hisobga olmaydi
Zamonaviy yechim	Sommerfeld modeli va energetik zonalar nazariyasi

Asosiy formulalar

Formula	Mazmuni
$v_d = eE\tau/m$	Drift tezligi
$j = nev_d$	Tok zichligi
$\sigma = ne^2\tau/m$	Drude elektr o'tkazuvchanligi
$\rho = m/(ne^2\tau)$	Solishtirma qarshilik
$j = \sigma E$	Om qonunining differensial ko'rinishi
$p = jE = \rho j^2$	Hajmiy Joule quvvati
$Q = I^2 R t$	Joul-Lens qonuni
$\kappa/(\sigma T) = L$	Videman-Frans qonuni
$L_0 \approx 2.44 \times 10^{-8} \text{ W ohm K}^{-2}$	Sommerfeld Lorens soni

Mustaqil topshiriqlar

1. $n = 9 \times 10^{28} \text{ m}^{-3}$, $\tau = 2 \times 10^{-14} \text{ s}$ uchun σ ni hisoblang.
2. $\sigma = 5 \times 10^7 \text{ S/m}$ va $E = 0.03 \text{ V/m}$ bo'lsa j va hajmiy quvvat p ni toping.
3. $R = 10 \text{ ohm}$ rezistordan 2 A tok 4 minut o'tsa, Joul-Lens issiqligini hisoblang.
4. $T = 300 \text{ K}$ va $\sigma = 4 \times 10^7 \text{ S/m}$ uchun Videman-Frans qonunidan κ ni toping.
5. Om, Joul-Lens va Videman-Frans qonunlarining klassik elektron nazariyasidagi umumiy mexanizmini izohlang.

Xulosa

Drude-Lorens klassik elektron nazariyasi metallarda elektr o'tkazuvchanlikni erkin elektronlarning tashqi elektr maydondagi drift harakati va relaksatsion to'qnashuvlari orqali izohlaydi. Ushbu modeldan $\sigma = ne^2\tau/m$ ifodasi va $j = \sigma E$ Om qonuni kelib chiqadi. Elektronlarning maydondan olgan energiyasini kristall panjaraga uzatishi $p = jE$ va $Q = I^2 R t$ Joul-Lens qonunining mikroskopik mazmunini ochadi. Elektronlarning issiqlik energiyasini ham tashishi Videman-Frans qonunining fizik asosini beradi. Klassik model ushbu qonunlarning umumiy sababini yoritishda nihoyatda muhim bo'lsa-da, Lorens sonining aniq qiymati, elektron issiqlik sig'imi va past temperaturadagi transport hodisalarini to'liq tushuntirish uchun kvant elektron nazariyasi zarur.

Tavsiya etiladigan adabiyotlar

1. Kittel C. Introduction to Solid State Physics. Wiley.
2. Ashcroft N. W., Mermin N. D. Solid State Physics. Cengage.
3. Halliday D., Resnick R., Walker J. Fundamentals of Physics. Wiley.
4. Young H. D., Freedman R. A. University Physics with Modern Physics. Pearson.